

# Wisselwerking tussen palen

■ Ir. H.J. Luger, ir. J.L. Bijnagte, ing. B.P. Nieswaag  
Grondmechanica Delft/Bouwdienst Rijkswaterstaat

**Voor het opnemen van uitwendige belastingen worden palen als funderingselement soms alleen, maar veel vaker in groepen gebruikt. In een paalgroep is er sprake van interactie tussen de palen. Deze interactie vindt plaats via de bovenconstructie, maar ook via de grond. Het ontwerp van de Stormvloedkering in de Nieuwe Waterweg was voor de Bouwdienst Rijkswaterstaat reden om na te laten gaan welke methoden er toen beschikbaar waren om paalgroepen door te rekenen. Omdat geen van de bestaande programma's aan de wensen voldeed is besloten een eigen programma (MPILE) te ontwikkelen.**

De opzet is geweest een programma te ontwikkelen dat eenvoudig toepasbaar is en zowel eenvoudige als meer ingewikkelde rekenmethoden bevat. Om geen onnodig werk te verrichten is voor het rekenhart gebruik gemaakt van het bij de TU-Delft ontwikkelde pakket TILLY. Hierdoor is een samenwerkingsverband ontstaan tussen de 3 betrokken partijen, waarbij de ontwikkelingen binnen TILLY en MPILE parallel hebben gelopen.

**Programma van eisen en bestaande computer programma's**  
Aan het te gebruiken paalgroepen programma werden door de Bouwdienst de volgende eisen gesteld:

- meerdere berekeningsmethoden beschikbaar voor eenzelfde invoer
- snel en gemakkelijk bruikbaar voor een eerste afschatting
- zowel horizontale, verticale, als moment belastingen en combinaties daarvan moeten kunnen worden opgegeven
- de bovenconstructie is star
- koppeling met de constructie d.m.v. een stijve inklemming
- paal-grond gedrag door middel van p-y curves
- statische belasting
- paalgedrag is elastisch
- geen paal-grond-paal interactie
- desgewenst interactie tussen palen via een (gelaagd) elastisch medium/zelf op te geven via een interactie matrix.

Diverse computer programma's zijn vergeleken met deze eisen, als voorbeelden worden genoemd (zonder volledig te willen zijn):

## *Methode Poulos*

Deze methode is een volledig elastische benadering, de interactie wordt bepaald op basis van de elasticiteitsmodulus van de grond, de stijfheid en de kop posities van de palen. Alleen interactie in de belastingsrichting wordt meegenomen.

Overigens bleek dat zelfs dit eenvoudige model niet zo simpel is als het lijkt: bij de analyses is door Poulos niet opgemerkt dat hij is uitgegaan van formules waarin een typefout is geslopen. Hierdoor zijn alle door hem afgeleide interactie-coëfficiënten niet geheel correct.

## *SPLICE*

Dit model is ontwikkeld in 1979-1981 door het Norwegian Geotechnical Institute (NGI) and Aker engineering. Het model bestaat uit 6-knoops liggers die worden ondersteund door elasto-plastische veren. Paal-grond-paal interactie is mogelijk door middel van een interactie matrix gebaseerd op een homogeen elastische halfruimte.

## *PAALFU*

Dit model is ontwikkeld door Rijkswaterstaat en bestaat uit een plaat die wordt ondersteund door elastoplastische veren. Paal-grond gedrag is hierbij vertaald naar een enkele veer.

## *Schijven model*

Aan de TU (sectie geotechniek) is een programma ontwikkeld dat uit gaat van horizontale lagen die in verticale zin gekoppeld zijn door de schuifspanningen in deze lagen. Overdracht van verticale spanningen vindt niet plaats waardoor het model uitsluitend geschikt is voor pure horizontale belastingen, zonder rotaties van het paaljuk.

## *3-D Eindige Elementen berekeningen*

Hoewel deze methode in principe de beste oplossing kan geven vormen het benodigde geheugen en rekentijd nog een zodanige beperking dat deze nog zeker niet routinematig worden gebruikt. Daarnaast zijn zowel de voorbereiding als de interpretatie erg tijdrovend, zodat behoeft blijft bestaan aan een relatief snel toe te passen model.

Geen van deze, en andere beschouwde programma's, voldeed aan de bovengenoemd eisen zodat een eigen programma werd ontwikkeld.

## Interactie in een paalgroep

Het modelleren van interactie tussen de palen via de constructie is relatief eenvoudig als de constructie star is. De translatie en rotaties van de constructie bepalen hierbij de verplaatsingen van de paalkoppen. In het algemeen zal zowel transleren als roteren in 3 richtingen optreden.

Interactie van paal naar paal via de grond is ingewikkelder. Omdat de grond aan de "achter" zijde van een horizontaal belaste paal op trek wordt belast heeft de grond de neiging om daar van de paal los te "scheuren". Voor de interactie via de grond geldt daarom dat met name drukkrachten via de grond van paal naar paal worden overgebracht. Hierdoor worden palen die aan de voorkant van een groep staan (in de belastingsrichting gezien) zwaarder belast dan palen aan de achterzijde van de groep. Tevens geldt dat hoekpalen de belasting meer kunnen spreiden, daardoor stijver reageren en dus ook meer belasting naar zich toetrekken.

## Berekeningsmodellen in MPILE

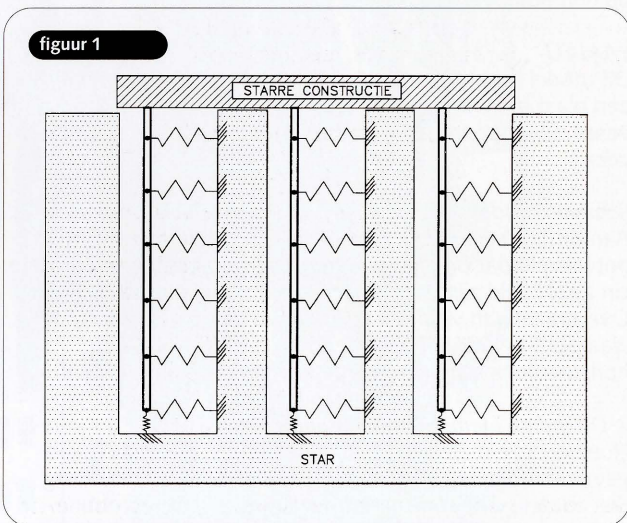
Binnen MPILE zijn de volgende berekeningsmodellen beschikbaar:

### "Poulos model"

Een elastische oplossing (vergelijkbaar met de methode Poulos). Hierbij zijn alleen de elastische eigenschappen van de palen en de grond van invloed. Dit model maakt geen gebruik van TILLY, maar bestaat uit een aparte module waarbij via benaderende analytische formules de groepsinteractie wordt bepaald.

### "Cap-model"

In dit model zijn de palen verbonden met een starre cap (bovenconstructie), maar er is geen paal-grond-paal interactie. De grondweerstand wordt per paal bepaald en er is interactie tussen de paalkoppen via de starre cap. De paal-grond interactie bestaat uit elasto-plastische veren die star zijn opgelegd. Een schematische weergave van de modellering is gegeven in *figuur 1*.



Modellering voor het cap-model

Het programma biedt de keuze uit diverse opties voor het paal-grond interface gedrag. Hierbij kan worden gekozen uit standaard regels (b.v. API) of kan geheel naar eigen inzicht een gedrag worden gespecificeerd.

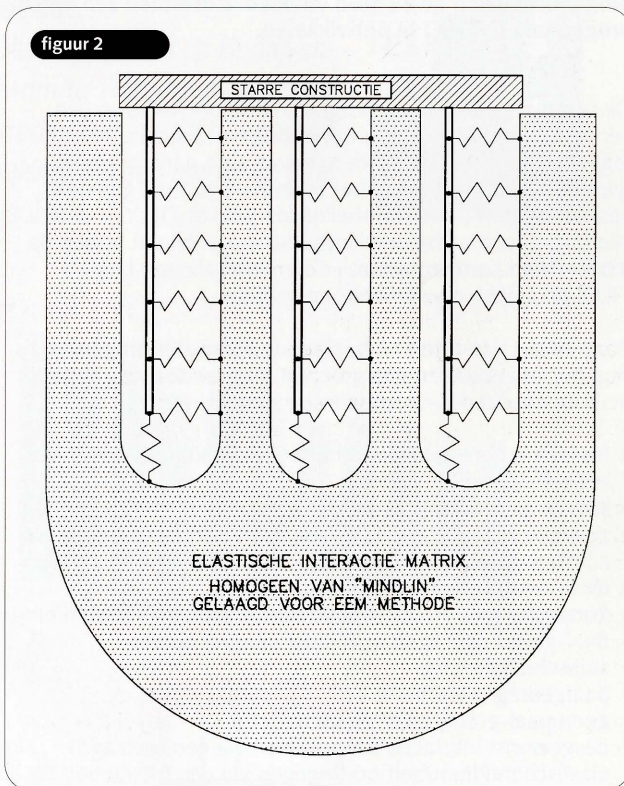
### "Modellen met paal-grond-paal interactie"

In deze modellen wordt uitgegaan van elastische interactie tussen de (elasto-plastische) grondveren (1 of meer lagen). Het model met een interactiemodel bestaande uit 1 grondlaag is gebaseerd op de formules van Mindlin [1936]. De formules vormen een analytische oplossing voor de spanningen en verplaatsingen in een homogene elastische half-ruimte ten gevolge van een puntvormige belasting. Voor elke grond "veer" wordt zo de invloed van de kracht in de veer op de overige veren bepaald. Dit resulteert in een elastische interactie matrix. Aangezien de verplaatsing van het belaste punt zelf volgens de formules een oneindig grote waarde bezit is hiervoor een aanpassing gemaakt die analytisch correct is en toch een eindige waarde voor de verplaatsing oplevert.

Voor een gelaagd systeem bestaat een dergelijke, algemene analytische oplossing niet. Daarom is hiervoor een numerieke methode gebruikt. De verplaatsingen worden bepaald met behulp van eindige elementen analyses, op basis waarvan de interactie matrix wordt opgesteld. Dit is geheel geautomatiseerd en vraagt dus geen inspanning van de gebruiker.

Voor het paal-grond interface gedrag wordt eenzelfde modellering gebruikt als bij het cap-model. Plastisch grondgedrag blijft dus beperkt tot het paal-grond interface.

Een schematische weergave van de modellering is gegeven in *figuur 2*.

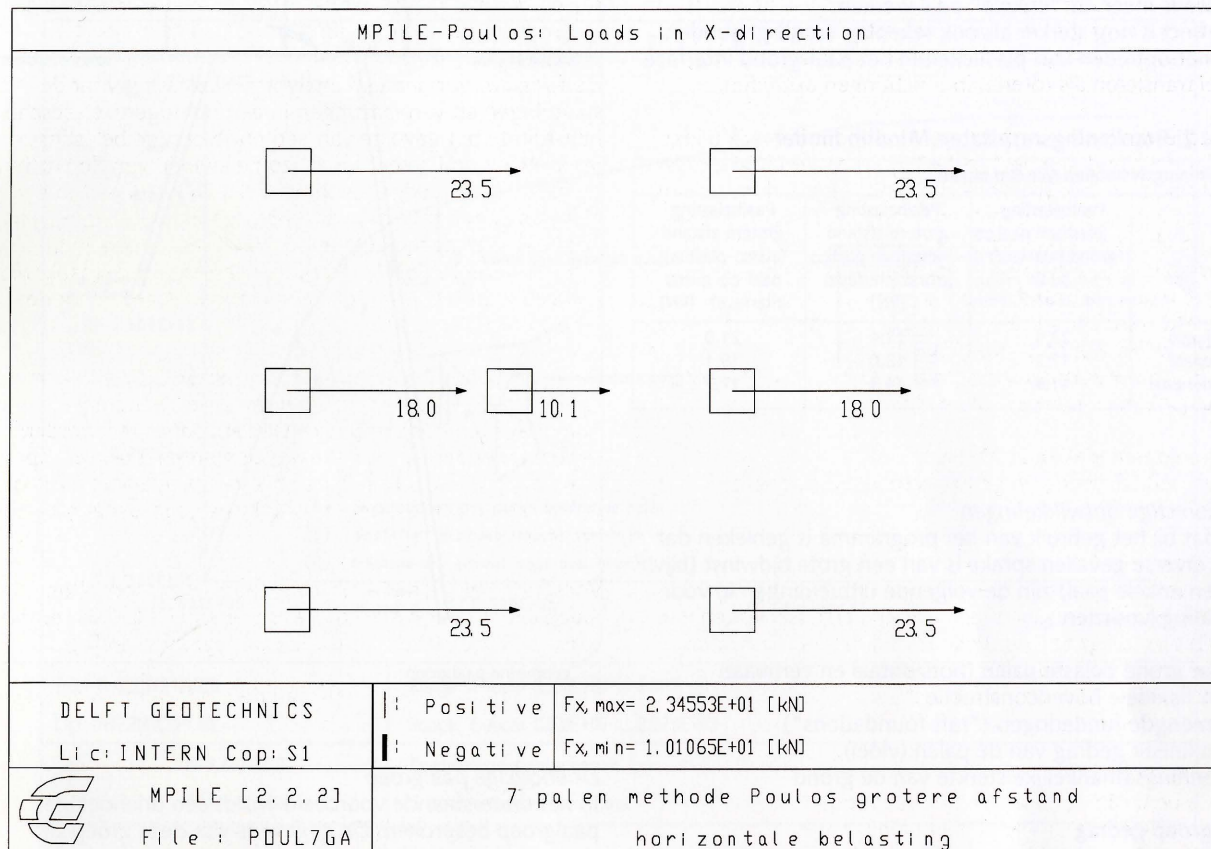


Modellering voor paal-grond-paal interactie modellen

### "Dynamisch model":

Hoewel oorspronkelijk uitsluitend gedacht werd aan statische belastingen ontstond gedurende de ontwikkeling van het programma ook de behoefte aan een dynamisch

figuur 3



Resultaten 7 paals groep Poulos methode

model. De belasting bestaat in dit model uit een massa die met een beginsnelheid botst op een paalgroep. Voor het contactpunt kan een veerstijfheid worden gedefinieerd waarmee bijv. het gedrag van een fender kan worden nagebootst. In dit model kan voor het grondgedrag rekening worden gehouden met de korte duur van de belasting, waardoor de grond een grotere sterkte krijgt.

Opgemerkt wordt nog dat bij de modellen met elastische paal-grond-paal interactie geen verschil wordt gemaakt tussen overdracht van druk- en trekkrachten. De berekende belastingsverdeling over palen aan de "voor" en "achter" zijde van een groep is bij een symmetrische belasting dan ook gelijk.

**Voorbeelden**

Een interessant voorbeeld vormt een analyse van een paalgroep van 7 palen, waarin de palen dicht bij elkaar zijn geplaatst.

De resultaten van een berekening met de methode "Poulos" zijn weergegeven in *figuur 3*. Uit de berekening volgt dat de middelste paal een belasting krijgt die tegengesteld is aan de belastingsrichting. Het is duidelijk dat dit niet juist kan zijn, maar een gevolg is van de sterk vereenvoudigde schematisatie binnen dit model. Bij een

grotere hart op hart (h.o.h.) afstand worden wel aannemelijke resultaten verkregen (zie *tabel 1*).

**Tabel 1: Berekeningsresultaten Poulos model**

Berekeningsresultaten Poulos model		
Paal	Paalbelasting (elastisch paal ⇔ grond interface) [kN]	Paalbelasting grotere afstand (elastisch paal ⇔ grond interface) [kN]
Hoekpaal	26,0	23,5
Randpaal	18,1	18,0
Middenpaal	-0,22	10,1

Een zelfde analyse met het Mindlin model, waarbij het interface gedrag tussen paal en grond elastisch en zeer stijf is gehouden geeft voor zowel de kleine als de grotere h.o.h. afstand aannemelijke resultaten (zie *tabel 2*). De middelste paal heeft een duidelijk lagere belasting dan de hoekpalen, maar wel een positieve.

Bij de grotere h.o.h. afstand komen de oplossingen van beide methoden dicht bij elkaar te liggen. Duidelijk is te

zien dat de verschillen tussen de palen onderling kleiner worden, omdat de palen elkaar steeds minder beïnvloeden en steeds meer als "enkele" paal werken. Dit effect is nog sterker als ook rekening wordt gehouden met het optreden van plasticiteit in het paal-grond interface.

**Tabel 2: Berekeningsresultaten Mindlin model**

Berekeningsresultaten Mindlin model			
Paal	Paalbelasting (elastisch paal ↔ grond interface) [kN]	Paalbelasting grotere afstand (elastisch paal ↔ grond interface) [kN]	Paalbelasting grotere afstand (elasto-plastisch paal ↔ grond interface) [kN]
Hoekpaal	23,4	22,4	21,0
Randpaal	17,2	18,0	19,1
Middenpaal	11,9	14,3	17,7

*Toekomstige ontwikkelingen*

Omdat bij het gebruik van het programma is gebleken dat er in diverse gevallen sprake is van een grote tijdswinst (bijv. bij een enkele paal) zijn de volgende uitbreidingen in voorbereiding/voorzien:

- door grond belaste palen (horizontaal en vertikaal)
- een flexibele bovenconstructie
- gemengde funderingen ("raft foundations")
- niet lineair gedrag van de palen (vloei)
- spanningsafhankelijke sterkte van de grond

**Paalgroep gedrag**

Een tweetal voorbeelden wordt besproken:

- een paalgroep die berekend is met PAALFU en met MPILE
- het gedrag van een driehoekige paalgroep onder invloed van een horizontale belasting

*Paalgroep berekend met PAALFU en MPILE*

Ter vergelijking is een paalgroepje van 2 palen geanalyseerd met zowel PAALFU als MPILE. De geometrie is weergegeven in *figuur 4*.

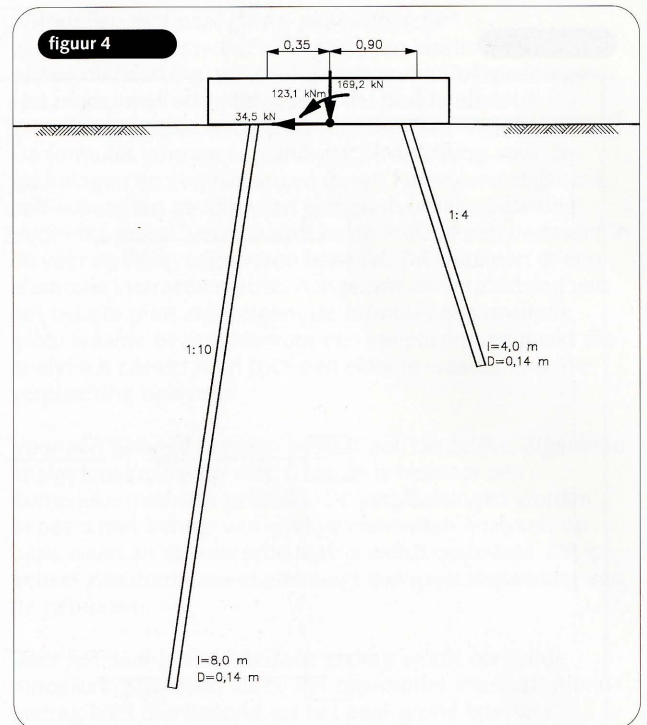
De resultaten van de berekeningen zijn weergegeven in *tabel 3*:

**Tabel 3: Resultaten PAALFU en MPILE berekeningen**

Resultaten PAALFU en MPILE berekening					
Programma	$\delta_x$ [mm]	$\delta_y$ [mm]	$\theta$ [rad]	$F_{druk}$ [kN]	$F_{trek}$ [kN]
PAALFU	-29,6	11,0	0,0054	221	52
MPILE	-12,3	7,6	0,0156	208	39

Uit deze resultaten blijkt dat de berekende vervormingen met MPILE aanzienlijk lager zijn dan bij PAALFU. Dit komt doordat in PAALFU geen horizontale grondreacties worden meegenomen, de belasting wordt daar volledig opgenomen door axiale krachten in de palen.

Uit deze analyse blijkt dat de invloed van de horizontale grondreacties niet te verwaarlozen is.



geometrie paalgroep

*Driehoekige paalgroep*

In het onderstaande voorbeeld wordt een driehoekige paalgroep besproken. De gegevens van deze groep zijn weergegeven in *tabel 4*:

**Tabel 4: gegevens driehoekige paalgroep**

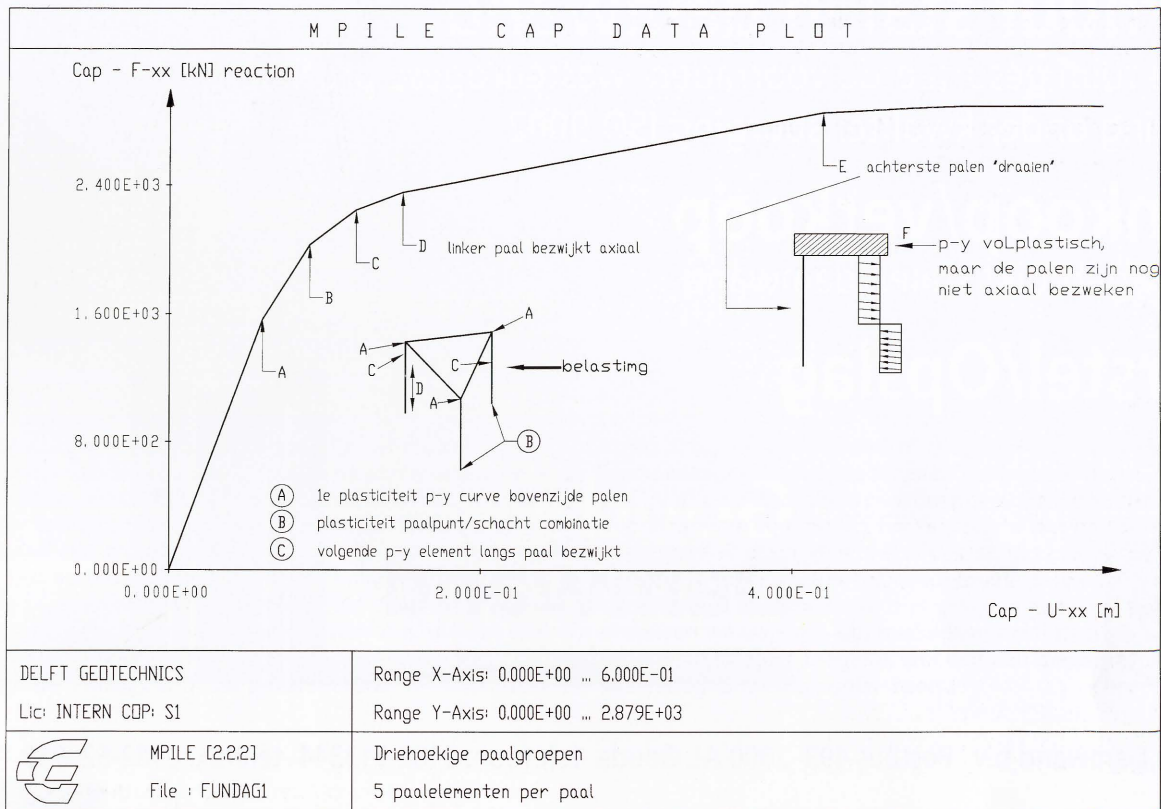
Paalgroep gegevens							
Paal nummer [-]	X [m]	Y [m]	Z [m]	EI [kNm <sup>2</sup> ]	EA [kN]	Paalkop	lengte [m]
1	-1	0	0	6510	1250000	Ingeklemd	4,0
2	1	0	1	6510	1250000	Ingeklemd	4,0
3	1	0	-1	6510	1250000	Ingeklemd	4,0

De groep wordt belast met een horizontale verplaatsing van het paaljuk.

Om duidelijk te maken wat er gebeurt is er gerekend met een klein aantal paalementen (4). Het kracht verplaatsingsgedrag is weergegeven in *figuur 5*.

Uit het voorbeeld blijkt dat de paalgroep zeer grote vervormingen kan ondergaan voordat het draagvermogen van de grond is overschreden. De veiligheid hiervoor kan dus groter zijn dan verwacht. Uiteraard zal de toelaatbare vervorming een duidelijke begrenzing kunnen opleggen aan de opneembare belasting. ■

figuur 5



kracht-verplaatsings gedrag driehoekige paalgroep